九师联盟3月在线公益联考

高三数学(理科)

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

成绩查询

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集$U=\mathbf{R}$，$M=\left\{x\left|\frac{1}{x}<1\right.\right\}$，则$\complement_U M=$

A. $\{x|x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$

C. $\{x|x\geqslant 0\}$　　D. $\{x|x<0$或$x>1\}$

2. 若$\frac{z}{3+\mathrm{i}}=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），则复数$z$的共轭复数的模是

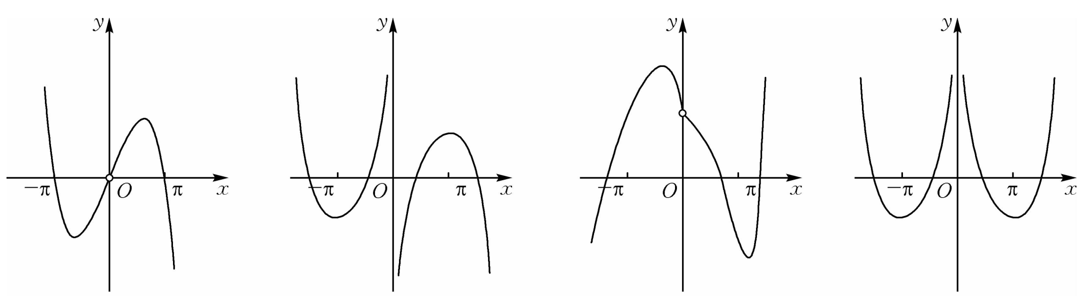
A. $2\sqrt{2}$　　B. 20　　C. $2\sqrt{5}$　　D. 8

3. 在“新零售”模式的背景下，自由职业越来越流行，诸如淘宝店主、微商等等. 现调研某行业自由职业者的工资收入情况，对该行业10个自由职业者人均年收入y(千元)与平均每天的工作时间x(小时)进行调查统计，得出y与x具有线性相关关系，且线性回归方程为$\hat{y}=12x+60$. 若自由职业者平均每天工作的时间为5小时，估计该自由职业者年收入为

A. 120千元　　B. 72千元

C. 60千元　　D. 50千元

4. 函数$f(x)=\frac{(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})\sin x}{x}$的部分图象大致是



A　　B　　C　　D

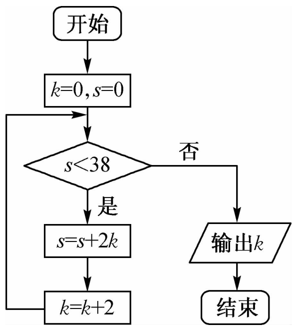
5. 2020年东京夏季奥运会将设置4×100米男女混合泳接力这一新的比赛项目，比赛的规则是：每个参赛国家派出2男2女共计4名运动员参加比赛，按照仰泳→蛙泳→蝶泳→自由泳的接力顺序，每种泳姿100米且由1名运动员完成，且每名运动员都要出场. 若中国队确定了备战该项目的4名运动员名单，其中女运动员甲只能承担仰泳或者自由泳，男运动员乙只能承担蝶泳或者蛙泳，剩下的2名运动员四种泳姿都可以承担，则中国队参赛的安排共有

A. 144种　　B. 8种　　C. 24种　　D. 12种

6.《算经十书》是指汉、唐一千多年间的十部著名的数学著作，它们曾经是隋唐时代国子监算学科的教科书. 十部书的名称是：《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《五曹算经》《孙子算经》《夏侯阳算经》《张丘建算经》《五经算术》《缉古算经》《缀术》. 小明计划从这十部书中随机选择两部书购买，则选择到《九章算术》的概率是

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{10}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

7. 若执行如图所示的程序框图，则输出 k 的值是



A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 14

8. 已知菱形 $ABCD$ 边长为2，$\angle BAD=120°$，点 E,F 分别在边 BC,DC 上，$BC=3BE$，$DC=2DF$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$

A. -2　　B. 2　　C. 1　　D. -1

9. 将函数 $f(x)=2\sin(3x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后，得到函数的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，则函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right]$ 上的值域是

A. $[-1,2]$　　B. $[-\sqrt{3},2]$　　C. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$　　D. $[-\sqrt{2},2]$

10. 已知三棱锥 $D-ABC$ 的体积为2，$\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形，且三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的球心 O 恰好是 CD 的中点，则球 O 的表面积为

A. $\frac{52\pi}{3}$　　B. $\frac{40\pi}{3}$　　C. $\frac{25\pi}{3}$　　D. 24π

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，若以线段 F_1F_2 为直径的圆交双曲线 C 于点 P，且 $2\angle PF_1F_2=\angle PF_2F_1$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=2f(x+2)$，当 $x\in[0,2)$ 时，$f(x)=\begin{cases}-x^2+x+1, & x\in[0,1),\\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\left|x-\frac{3}{2}\right|}, & x\in[1,2),\end{cases}$ 设 $f(x)$ 在 $[2n-2,2n)$ 上的最大值为 $a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的值为

A. $5-5\left(\frac{1}{2}\right)^n$　　B. $\frac{5}{2}-5\left(\frac{1}{2}\right)^n$　　C. $5-5\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$　　D. $\frac{5}{2}-5\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知随机变量 X 满足 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 $P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.9544$，若随机变量 $X\sim N(2019,4)$，则 $P(X>2023)$ 的值大约是________.

14. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列，S_n 为其前 n 项和. 若 S_1,S_2,S_4 成等比数列，且 $a_5=9$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为________.

15. 已知 F 为抛物线 $C:x^2=8y$ 的焦点，P 为 C 上一点，$M(-4,3)$，则 $\triangle PMF$ 周长的最小值是________.

16. 若对于曲线 $y=e^x+2x$ 上的任意一点处的切线 l_1，总存在曲线 $y=ax+\cos x$ 上的一点处的切线 l_2，使 $l_1\perp l_2$，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

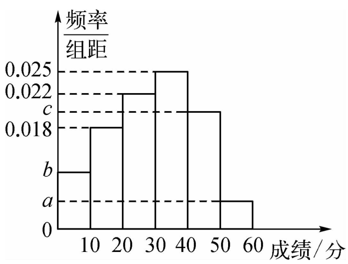
已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\frac{a-b+c}{c}=\frac{\sin B}{\sin A+\sin B-\sin C}$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 2，求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

为调研高中生的作文水平，在某市普通高中的某次联考中，参考的文科生与理科生人数之比为 1∶4，且成绩分布在 $[0,60]$ 的范围内，规定分数在 50 以上（含 50）的作文被评为“优秀作文”，按文理科用分层抽样的方法抽取 400 人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图，如图所示. 其中，a,b,c 构成以 2 为公比的等比数列.



（1）求 a,b,c 的值；

（2）填写下面 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.01 的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关”？

	文科生	理科生	合计
获奖	6		
不获奖			
合计			400

（3）将上述调查所得的频率视为概率，现从全市参考学生中，任意抽取 2 名学生，记“获得优秀作文”的学生人数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

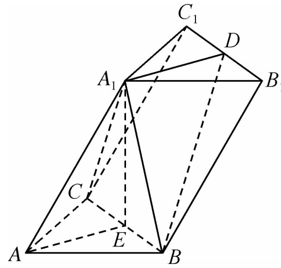
$P(K^2\geqslant k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19.(本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$\angle BAC=90^\circ$,$AB=AC=3$,$A_1A=4$,过点 A_1 作平面 ABC 的垂线,垂足为线段 BC 的中点 E,D 是 B_1C_1 的中点.

(1)证明:$A_1D\perp A_1B$;

(2)求二面角 $C-A_1B-D$ 的正弦值.

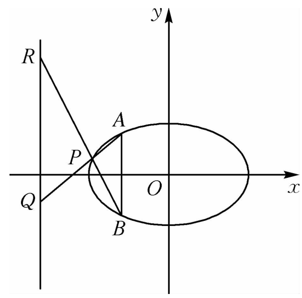


20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,直线 $m:x-y+1=0$ 经过椭圆 C 的上顶点,直线 $n:x+1=0$ 交椭圆 C 于 A,B 两点,P 是椭圆 C 上异于 A,B 的任意一点,直线 AP,BP 分别交直线 $l:x+4=0$ 于 Q,R 两点.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)求证:$\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OR}$($O$ 为坐标原点)为定值.



21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{-x}-ax(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=-2$ 时,求函数 $f(x)$的极值;

(2)若 $\ln[e(x+1)]\geqslant 2-f(-x)$对任意的 $x\in[0,+\infty)$成立,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.(本小题满分 10 分)**选修 4-4:坐标系与参数方程**

已知在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\y=\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数),直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t,\\y=t\end{cases}$($t$ 为参数).

(1)若以坐标原点 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系,试求曲线 C 的极坐标方程;

(2)求直线 l 被曲线 C 截得线段的长.

23.(本小题满分 10 分)**选修 4-5:不等式选讲**

已知实数 x,y,z 满足 $x-2y+z=4$.

(1)求 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值;

(2)若 $y=x+z$,求 xz 的最大值.