**绝密★启用前**

**20230213手动选题通用卷**

第**I**卷（选择题）

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知$\{a\_{n}\}$是等差数列，且$a\_{4}=4$，$a\_{7}=10$，则$a\_{10}=$(    )

A. $13$ B. $14$ C. $15$ D. $16$

2. 数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=−3$，$a\_{n+1}=−\frac{a\_{n}+1}{a\_{n}−1}$，其前$n$项积为$T\_{n}$，则$T\_{2014}=$(    )

A. $\frac{3}{2}$ B. $−\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $−6$

3. $《$周髀算经$》$中有这样一个问题：从冬至日起，小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影长度依次成等差数列，冬至、立春、春分这三个节气的日影长度之和为$31.5$尺，前九个节气日影长度之和为$85.5$尺，则谷雨这一天的日影长度(    )

A. $5.5$尺 B. $4.5$尺 C. $3.5$尺 D. $2.5$尺

4. 设等差数列$\{a\_{n}\},\{b\_{n}\}$前$n$项和为$S\_{n}$，$T\_{n}$，若对任意的$n\in N^{\*}$，都有$\frac{S\_{n}}{T\_{n}}=\frac{2n−3}{4n−3}$，则$\frac{a\_{2}}{b\_{3}+b\_{13}}+\frac{a\_{14}}{b\_{5}+b\_{11}}$的值为$$(    )

A. $\frac{29}{45}$ B. $\frac{13}{29}$ C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{19}{30}$

5. 设函数$f(x)$可导，则$\lim\_{Δx\to 0}\frac{f(1+Δx)−f(1)}{3Δx}$等于(    )

A. $f′(1)$ B. $3f′(1)$ C. $\frac{1}{3}f′(1)$ D. $f′(3)$

6. 已知函数$f(x)$和$g(x)$在区间$[a,b]$上的图象如图所示，那么下列说法正确的是(    )

A. $f(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率大于$g(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率
B. $f(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率小于$g(x)$在$a$到$b$之间的平均变化率
C. 对于任意$x\_{0}\in (a,b)$，函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率总大于函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率
D. 存在$x\_{0}\in (a,b)$，使得函数$f(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率小于函数$g(x)$在$x=x\_{0}$处的瞬时变化率

7. 若$f(x)=x^{2}−2x−4lnx$，则$f′(x)>0$的解集为(    )

A. $(0,+\infty )$ B. $(−1,0)∪(2,+\infty )$
C. $(2,+\infty )$ D. $(−1,0)$

8. 已知定义在$(0,+\infty )$上的函数$f(x)$的导函数为$f′(x)$，且满足$(1−x)f(x)+xf′(x)>0$，则关于$x$的不等式$\frac{2x−1}{x+2}f(2x−1)−e^{x−3}f(x+2)<0$的解集为(    )

A. $(\frac{1}{2},3)$ B. $(3,+\infty )$ C. $(1,3)$ D. $(\frac{1}{2},+\infty )$

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列求导运算正确的是(    )

A. 若$f(x)=sin(2x+3)$，则$f′(x)=2cos(2x+3)$
B. 若$f(x)=e^{−2x+1}$，则$f′(x)=e^{−2x+1}$
C. 若$f(x)=\frac{x}{e^{x}}$，则$f′(x)=\frac{1−x}{e^{x}}$
D. 若$f(x)=xlnx$，则$f′(x)=lnx+1$

10. 已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=1$，$na\_{n+1}=2(n+1)a\_{n}$，设$b\_{n}=\frac{a\_{n}}{n}.$则下列结论正确的是(    )

A. $b\_{3}=2$
B. $\{b\_{n}\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列
C. $b\_{2}=4$
D. $a\_{n}=n·2^{n−1}$

11. 大衍数列来源于$《$乾坤谱$》$中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项都代表太极衍生过程$.$已知大衍数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=0$，$a\_{n+1}=\left\{\begin{matrix}a\_{n}+n+1(n为奇数)\\a\_{n}+n(n为偶数)\end{matrix}\right.$，则(    )

A. $a\_{4}=6$
B. $a\_{n+2}=a\_{n}+2(n+1)$
C. $a\_{n}=\left\{\begin{matrix}\frac{n^{2}−1}{2}(n为奇数)\\\frac{n^{2}}{2}(n为偶数)\end{matrix}\right.$
D. 数列$\{(−1)^{n}a\_{n}\}$的前$2n$项和为$n(n+1)$

12. 已知函数$f(x)=Acos(ωx+φ)(A>0,ω>0,\left|φ\right|<\frac{π}{2})$的图象如图所示，令$g(x)=f(x)−f′(x)$，则下列说法正确的是(    )

A. $g(\frac{π}{12})=\sqrt{2}$
B. 函数$g(x)$图象的对称轴方程为$x=\frac{11π}{12}+kπ(k\in Z)$
C. 若函数$h(x)=g(x)−\sqrt{6}$的两个不同零点分别为$x\_{1},x\_{2}$，则$\left|x\_{1}−x\_{2}\right|$的最小值为$π$
D. 函数$g(x)$的图象上存在点$P$，使得在$P$点处的切线斜率为$−2$

第**II**卷（非选择题）

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 设$S\_{n}$是数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和，且$a\_{n}=\frac{2}{n(n+1)}$，则$S\_{n}=$          ．

14. 已知数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{1}=1$，$a\_{n}a\_{n+1}=2^{n}$，则数列$\{a\_{n}\}$的前$2n$项和$S\_{2n}=$          ．

15. 在平面直角坐标系$xOy$中，$P$是曲线$y=x+\frac{4}{x}(x>0)$上的一个动点，则点$P$到直线$x+y=0$的距离的最小值是          ．

16. 函数$f\left(x\right)=\frac{lnx}{x}$在$\left(a,a+1\right)$上单调递增，则实数$a$的取值范围为          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. $($本小题$10.0$分$)$

在递增的等比数列$\left\{\begin{matrix}a\_{n}\end{matrix}\right\}$中，$a\_{1}⋅a\_{6}=32$，$a\_{2}+a\_{5}=18$，其中$n\in N^{∗}$．

$(1)$求数列$\left\{\begin{matrix}a\_{n}\end{matrix}\right\}$的通项公式；

$(2)$记$b\_{n}=a\_{n}+log\_{2}a\_{n+1}$，求数列$\left\{\begin{matrix}b\_{n}\end{matrix}\right\}$的前$n$项和$T\_{n}$．

18. $($本小题$12.0$分$)$
已知函数$f(x)=\frac{lnx}{x}−1$．
$(1)$求函数在点$(1,f(1))$处的切线方程．
$(2)$试判断函数$f(x)$的单调性；

19. $($本小题$12.0$分$)$

设函数$f(x)=x^{3}−3ax^{2}+b$．

$(1)$若曲线$y=f(x)$在点$(2,f(2))$处与直线$y=8$相切，求$a$，$b$的值；

$(2)$讨论函数$y=f(x)$的单调性．

20. $($本小题$12.0$分$)$

设数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，已知$a\_{1}=4$，$S\_{n}=a\_{n+1}+2n−4$，$n\in $$N$$ ^{\*}$．

$(1)$求数列$\{a\_{n}\}$的通项公式；

$(2)$设$b\_{n}=\frac{a\_{n}−2}{(2^{n}+1)(2^{n+1}+1)}$，数列$\{b\_{n}\}$的前$n$项和为$T\_{n}$，求满足$T\_{n}>\frac{13}{40}$的正整数$n$的最小值．

21. $($本小题$12.0$分$)$

已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的焦距为$2$，以椭圆短轴为直径的圆经过点$M(1,\sqrt{2})$，椭圆的右顶点为$A$．

$(1)$求椭圆$C$的方程$;$

$(2)$过点$D(2,−2)$的直线与椭圆$C$相交于两个不同的交点$P$，$Q$，记直线$AP$，$AQ$的斜率分别为$k\_{1},k\_{2}$，问$k\_{1}+k\_{2}$是否为定值$?$并证明你的结论．

22. $($本小题$12.0$分$)$

已知函数$f(x)=e^{x}ln(1+x)$．
$(1)$求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程$;$
$(2)$设$g(x)=f′(x)$，讨论函数$g(x)$在$[0,+\infty )$上的单调性$;$
$(3)$证明：对任意的$s$，$t\in (0,+\infty )$，有$f(s+t)>f(s)+f(t)$．