基本不等式 最值专题（拔高）

注意：请将答案汇总到答题区，时间 50 分钟，满分 100 分。　　姓名：________________

一．单项选择题（每小题 5 分，共 100 分）

1．已知 $x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若 $2x+y>m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,9)$　　B．$[7,+\infty)$　　C．$[9,+\infty)$　　D．$(-\infty,7)$

2．若 $a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}=1$，则 $a+b$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}-1$　　B．$2\sqrt{2}+2$　　C．2　　D．4

3．已知正实数 x，y 满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，则 $2xy-2x-y$ 的最小值为（　　）

A．2　　B．4　　C．8　　D．9

4．已知正实数 a，b 满足 $2a+b-9ab=0$，则 $a+2b$ 的最小值为（　　）

A．3　　B．1　　C．9　　D．$\frac{1}{3}$

5．设 x，y 为正实数，若 $2x+y+2xy=\frac{5}{4}$，则 $2x+y$ 的最小值是（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

6．已知 $a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b}=1$，那么 $a+b$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}-1$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}+1$　　D．4

7．若 $x>0$，$y>0$，且$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2y}=1$，则 $4x+2y$ 的最小值为（　　）

A．4　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$1+2\sqrt{3}$　　D．$4+2\sqrt{3}$

8．已知 $a>1$，则 $a+\frac{9}{a-1}$的最小值为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．10

9．已知正实数 a，b 满足$a+b=\frac{5}{3}$，则$\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b}$的最小值为（　　）

A．6　　B．5　　C．12　　D．10

10．设 x，$y\in(0,+\infty)$，且 $x+4y=1$，则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

11．若 $x>0$，$y>0$，$x+3y=1$，则$\frac{xy}{3x+y}$的最大值为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{1}{12}$　　C．$\frac{1}{16}$　　D．$\frac{1}{20}$

12．已知正数 a，b 满足 $4a+9b=4$，则 ab 的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

13．已知 $x>y>0$，且 $x^2-y^2=1$，则 $2x^2+3y^2-4xy$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. 1　　C. $\frac{17}{16}$　　D. $\frac{9}{8}$

14．已知正实数 a，b 满足 $a+b=1$，则 $\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为（　　）

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 9

15．若正数 x，y 满足 $x+2y=2$，则 $\frac{y}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{2}+1$　　B. $2\sqrt{2}+1$　　C. 2　　D. $\frac{5}{2}$

16．已知实数 $x>0>y$，且 $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{1-y}=\frac{1}{6}$，则 $x-y$ 的最小值是（　　）

A. 21　　B. 25　　C. 29　　D. 33

17．若两个正实数 x，y 满足 $\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=1$，则 $x+3y$ 的最小值为（　　）

A. 6　　B. 9　　C. 12　　D. 15

18．已知 $a>2$，则 $a+\frac{1}{a-2}$ 的最小值为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

19．若正数 a，c 满足（$a-1$）（$c-1$）$=1$，则 $4a+c$ 的最小值为（　　）

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 12

20．已知 $a>0$，$b>0$，则 $\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+2a$ 的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $4\sqrt{2}+1$　　D. $2\sqrt{2}+1$

答题区

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案										

基本不等式 最值专题（拔高）

参考答案与试题解析

一．单项选择题（每小题 5 分，共 100 分）

1．已知 $x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若 $2x+y>m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty, 9)$　　B．$[7, +\infty)$　　C．$[9, +\infty)$　　D．$(-\infty, 7)$

【分析】将 $2x+y$ 与$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$相乘，展开后利用基本不等式可求得 $2x+y$ 的最小值，即可求得 m 的取值范围．

【解答】解：因为 $x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，

则$(2x+y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=5+\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}\geqslant 5+2\sqrt{\frac{2x}{y}\cdot\frac{2y}{x}}=9$，

当且仅当 $x=y=3$ 时，等号成立，即 $2x+y$ 的最小值为 9，

因为 $2x+y>m$ 恒成立，则 $m<9$．

故选：A．

【点评】本题主要考查了基本不等式的应用，属于基础题．

2．若 $a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}=1$，则 $a+b$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}-1$　　B．$2\sqrt{2}+2$　　C．2　　D．4

【分析】由已知利用乘 1 法，结合基本不等式即可求解．

【解答】解：因为 $a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}=1$，

则 $a+b=(a+1+b)\left(\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}\right)-1=2+\frac{b}{a+1}+\frac{2a+2}{b}\geqslant 2+2\sqrt{2}$，

当且仅当 $b=\sqrt{2}(a+1)$ 且$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}=1$，即 $a=\sqrt{2}$，$b=2+\sqrt{2}$时取等号．

故选：B．

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于基础题．

3．已知正实数 x，y 满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，则 $2xy-2x-y$ 的最小值为（　　）

A．2　　B．4　　C．8　　D．9

【分析】由已知利用乘 1 法，结合基本不等式即可求解．

【解答】解：因为正实数 x，y 满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，

所以 $2x+y=xy$，

则 $2xy-2x-y=2x+y=(2x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)=4+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\geqslant 4+2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{4x}{y}}=8$，

当且仅当 $y=2x$ 且 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，即 $x=2$，$y=4$ 时取等号．

故选：C．

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于基础题．

4．已知正实数 a，b 满足 $2a+b-9ab=0$，则 $a+2b$ 的最小值为（　　）

A．3　　　　B．1　　　　C．9　　　　D．$\frac{1}{3}$

【分析】将条件 $2a+b-9ab=0$ 转化为 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=9$，然后利用"1 的代换"和基本不等式可得．

【解答】解：因为 $2a+b-9ab=0$，变形得 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=9$．

由题意 $a+2b=\frac{(a+2b)(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})}{9}=\frac{5+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}}{9}\geqslant\frac{5+2\sqrt{4}}{9}=1$，

当且仅当 $\frac{2b}{a}=\frac{2a}{b}$，即 $a=b=\frac{1}{3}$ 时，等号成立．

故选：B．

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于基础题．

5．设 x，y 为正实数，若 $2x+y+2xy=\frac{5}{4}$，则 $2x+y$ 的最小值是（　　）

A．4　　　　B．3　　　　C．2　　　　D．1

【分析】由 $2x+y+2xy=(2x+1)(y+1)-1$，令 $m=2x+1$，$n=y+1$，即可得到 $mn=\frac{9}{4}$，则 $2x+y=m+n-2$，利用基本不等式计算可得．

【解答】解：因为 x，y 为正实数，且 $\frac{5}{4}=2x+y+2xy=(2x+1)(y+1)-1$，

令 $m=2x+1$，$n=y+1$，则 $mn=\frac{9}{4}$，

则 $2x+y=m+n-2\geqslant2\sqrt{mn}-2=1$，

当且仅当 $m=n$，即 $y=\frac{1}{2}$，$x=\frac{1}{4}$ 时取等号．

故选：D．

【点评】本题主要考查了利用基本不等式求最值，属于基础题．

6．已知 $a>0$，$b>0$，且 $\frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b}=1$，那么 $a+b$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}-1$　　　　B．2　　　　C．$2\sqrt{2}+1$　　　　D．4

【分析】由题意可得 $a+b=(a+1+b+1)(\frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b})-2$，再由基本不等式求解即可求出答案．

【解答】解：因为 $a>0$，$b>0$，$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b}=1$，

则 $a+b=a+1+b+1-2=(a+1+b+1)(\frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b})-2=3+\frac{2(a+1)}{1+b}+\frac{b+1}{a+1}-2=\frac{2(a+1)}{1+b}+\frac{b+1}{a+1}+1\geqslant 2\sqrt{\frac{2(a+1)}{1+b}\cdot\frac{b+1}{a+1}}+1=2\sqrt{2}+1$.

当且仅当 $\begin{cases}\frac{2(a+1)}{1+b}=\frac{b+1}{a+1}\\ \frac{1}{a+1}+\frac{2}{1+b}=1\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ b=\sqrt{2}\end{cases}$ 时取等.

故选：C.

【点评】本题主要考查了基本不等式的应用，属于基础题.

7．若 $x>0$，$y>0$，且 $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2y}=1$，则 $4x+2y$ 的最小值为（　　）

A．4　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$1+2\sqrt{3}$　　D．$4+2\sqrt{3}$

【分析】设 $x+1=a$，$x+2y=b$，可将题目转化为已知 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，求 $4(a-1)+b-a+1$ 的最小值，再结合基本不等式可求最小值.

【解答】解：设 $x+1=a$，$x+2y=b$，则 $x=a-1$，$2y=b-a+1$，且 $a>0$，$b>0$，

题目转化为已知 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，求 $4(a-1)+b-a+1$ 的最小值，

即 $4x+2y=4(a-1)+b-a+1=3a+b-3$，

而 $3a+b=(3a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=4+\frac{3a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 4+2\sqrt{\frac{3a}{b}\times\frac{b}{a}}=4+2\sqrt{3}$，

当且仅当 $\frac{3a}{b}=\frac{b}{a}$，即 $a=1+\frac{\sqrt{3}}{3}$，$b=\sqrt{3}+1$ 时等式成立.

所以 $4x+2y=3a+b-3\geqslant 4+2\sqrt{3}-3=1+2\sqrt{3}$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于中档题.

8．已知 $a>1$，则 $a+\frac{9}{a-1}$ 的最小值为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．10

【分析】根据基本不等式以及“乘 1”法可解.

【解答】解：因为 $a>1$，则 $a-1>0$，

又 $a+\frac{9}{a-1}=a-1+\frac{9}{a-1}+1\geqslant 2\sqrt{(a-1)(\frac{9}{a-1})}+1=7$，当且仅当 $a-1=\frac{9}{a-1}$，即 $a=4$ 时，等号成立，

故选：C.

【点评】本题考查基本不等式的性质，属于基础题.

9．已知正实数 a，b 满足 $a+b=\frac{5}{3}$，则 $\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b}$ 的最小值为（　　）

A．6　　B．5　　C．12　　D．10

【分析】利用 $3a+3b=5$ 得出 $\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b}=\frac{1}{5}(\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b})(a+2b+2a+b)$，结合基本不等式求解．

【解答】解：因为 $a+b=\frac{5}{3}$，

所以 $3a+3b=5$，而 $a>0$，$b>0$，

$\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b}=\frac{1}{5}(\frac{4}{a+2b}+\frac{9}{2a+b})(a+2b+2a+b)=\frac{1}{5}(4+9+\frac{4(2a+b)}{a+2b}+\frac{9(a+2b)}{2a+b})$

$\geqslant\frac{1}{5}(13+2\sqrt{\frac{4(2a+b)}{a+2b}\cdot\frac{9(a+2b)}{2a+b}})=5$，

当且仅当 $\frac{4(2a+b)}{a+2b}=\frac{9(a+2b)}{2a+b}$，即 $a=4b=\frac{4}{3}$ 时，等号成立．

故选：B．

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于中档题．

10．设 x，$y\in(0，+\infty)$，且 $x+4y=1$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为（　　）

A．6　　　　B．7　　　　C．8　　　　D．9

【分析】利用基本不等式"1"的妙用即可求解．

【解答】解：因为 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=(x+4y)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})=5+\frac{4y}{x}+\frac{x}{y}\geqslant5+2\sqrt{\frac{4y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=9$，

当且仅当 $\frac{4y}{x}=\frac{x}{y}$，即 $x=2y$，即 $x=\frac{1}{3}$，$y=\frac{1}{6}$ 时取得等号，

故选：D．

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于基础题．

11．若 $x>0$，$y>0$，$x+3y=1$，则 $\frac{xy}{3x+y}$ 的最大值为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　　　B．$\frac{1}{12}$　　　　C．$\frac{1}{16}$　　　　D．$\frac{1}{20}$

【分析】根据题意，利用基本不等式的性质分析 $\frac{3x+y}{xy}$ 的最小值，而 $\frac{xy}{3x+y}=\frac{1}{\frac{3x+y}{xy}}$，分析即可得答案．

【解答】解：因为 $x>0$，$y>0$，$x+3y=1$，

则 $\frac{3x+y}{xy}=\frac{3}{y}+\frac{1}{x}=(\frac{3}{y}+\frac{1}{x})(x+3y)=9+1+\frac{3x}{y}+\frac{3y}{x}\geq10+2\sqrt{\frac{3x}{y}\times\frac{3y}{x}}=16$，当且仅当 $x=y=\frac{1}{4}$ 时等号成立，

则 $\frac{xy}{3x+y}=\frac{1}{\frac{3x+y}{xy}}\leq\frac{1}{16}$，当且仅当 $x=y=\frac{1}{4}$ 时等号成立，

即 $\frac{xy}{3x+y}$ 的最大值为 $\frac{1}{16}$，

故选：C．

【点评】本题考查基本不等式的性质以及应用，注意对原式的变形，属于基础题．

12．已知正数 a，b 满足 $4a+9b=4$，则 ab 的最大值为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

【分析】利用基本不等式进行求解．

【解答】解：正数 a，b 满足 $4a+9b=4$，

由基本不等式得：$4a+9b=4\geqslant 2\sqrt{4a\cdot 9b}$，解得：$ab\leqslant\frac{1}{9}$，

当且仅当 $4a=9b$，即 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{2}{9}$时，等号成立，ab 的最大值为$\frac{1}{9}$．

故选：A．

【点评】本题主要考查了基本不等式的应用，属于基础题．

13．已知 $x>y>0$，且 $x^2-y^2=1$，则 $2x^2+3y^2-4xy$ 的最小值为（　　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．1　　C．$\frac{17}{16}$　　D．$\frac{9}{8}$

【分析】设 $x+y=a$，$x-y=b$，则可得则 $x=\frac{a+b}{2}$，$y=\frac{a-b}{2}$，且 $ab=1$，$a>0$，$b>0$，再将问题转化为 a，b 的式子，最后利用基本不等式即可求解．

【解答】解：$x>y>0$，且 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=1$，

设 $x+y=a$，$x-y=b$，

则 $x=\frac{a+b}{2}$，$y=\frac{a-b}{2}$，且 $ab=1$，$a>0$，$b>0$，

$\therefore 2x^2+3y^2-4xy=2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+3\left(\frac{a-b}{2}\right)^2-4\cdot\frac{a+b}{2}\cdot\frac{a-b}{2}$

$=\frac{a^2+9b^2-2ab}{4}\geq\frac{2\sqrt{9a^2b^2}-2ab}{4}=\frac{6-2}{4}=1$，

当且仅当 $a=3b$，又 $ab=1$，$a>0$，$b>0$，

即 $a=3b=\sqrt{3}$时，等号成立，

$\therefore 2x^2+3y^2-4xy$ 的最小值为 1．

故选：B．

【点评】本题考查换元法的应用，基本不等式的应用，属中档题．

14．已知正实数 a，b 满足 $a+b=1$，则$\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．9

【分析】根据题意，利用基本不等式即可求出$\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$的最小值．

【解答】解：因为正实数 a，b 满足 $a+b=1$，

所以$\frac{4}{a}+\frac{1}{b}=$（$\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$）（$a+b$）$=4+1+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b}\geq 5+2\sqrt{\frac{4b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=9$，

当且仅当$\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$，即$a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{1}{3}$时取"＝"，

所以$\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为 9．

故选：D．

【点评】本题考查了利用基本不等式求最值的应用问题，是基础题．

15．若正数 x，y 满足 $x+2y=2$，则$\frac{y}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为（　　）

A．$\sqrt{2}+1$　　　　B．$2\sqrt{2}+1$　　　　C．2　　　　D．$\frac{5}{2}$

【分析】利用基本不等式及不等式的性质即可求解．

【解答】解：∵ 正数 x，y 满足 $x+2y=2$，

$\therefore \frac{x+2y}{2}=1$．

$\therefore \frac{y}{x}+\frac{1}{y}=\frac{y}{x}+\frac{x+2y}{2y}=\frac{y}{x}+\frac{x}{2y}+1\geqslant 2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{2y}}+1=\sqrt{2}+1$，

当且仅当$\begin{cases}x^2=2y^2\\x+2y=2\end{cases}$，即 $x=2\sqrt{2}-2$，$y=2-\sqrt{2}$时，取"＝"，$\frac{y}{x}+\frac{1}{y}$取得的最小值为$\sqrt{2}+1$．

故选：A．

【点评】本题考查基本不等式相关知识，属于中档题．

16．已知实数 $x>0>y$，且$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{1-y}=\frac{1}{6}$，则 $x-y$ 的最小值是（　　）

A．21　　　　B．25　　　　C．29　　　　D．33

【分析】由题意可知，$x+2>0$，$1-y>0$，拼凑可得 $x-y=(x+2)+(1-y)-3=6\left(\frac{1}{x+2}+\frac{1}{1-y}\right)[(x+2)+(1-y)]-3$，再利用基本不等式求解即可．

【解答】解：∵ $x>0>y$，∴ $x+2>0$，$1-y>0$，

$\therefore x-y=(x+2)+(1-y)-3=6\left(\frac{1}{x+2}+\frac{1}{1-y}\right)[(x+2)+(1-y)]-3=6\left(2+\frac{1-y}{x+2}+\frac{x+2}{1-y}\right)-3$

$\geqslant 6\left(2+2\sqrt{\frac{1-y}{x+2}\cdot\frac{x+2}{1-y}}\right)-3=21$，当且仅当$\frac{1-y}{x+2}=\frac{x+2}{1-y}$，即 $x=10$，$y=-11$ 时，等号成立，

$\therefore x-y$ 的最小值是 21．

故选：A．

【点评】本题主要考查了利用基本不等式求最值，属于基础题．

17．若两个正实数 x，y 满足$\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=1$，则 $x+3y$ 的最小值为（　　）

A．6　　　　B．9　　　　C．12　　　　D．15

【分析】利用"1"的代换的方法，将 $x+3y$ 化为（$x+3y$）•1 的形式，再利用基本不等式求最值．

【解答】解：$x>0$，$y>0$，$\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=1$，则 $x+3y=(x+3y)(\frac{3}{x}+\frac{1}{y})=6+\frac{9y}{x}+\frac{x}{y}\geqslant 6+2\sqrt{\frac{9y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=12$，当且仅当 $\frac{9y}{x}=\frac{x}{y}$，即 $x=6$，$y=2$ 时取等号，

故选：C．

【点评】本题考查利用基本不等式求函数最值，属于基础题．

18．已知 $a>2$，则 $a+\frac{1}{a-2}$ 的最小值为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【分析】根据题意，$a+\frac{1}{a-2}=(a-2)+\frac{1}{a-2}+2$，由基本不等式的性质分析可得答案．

【解答】解：根据题意，已知 $a>2$，则 $a-2>0$，

$a+\frac{1}{a-2}=(a-2)+\frac{1}{a-2}+2\geq 2\sqrt{(a-2)\times\frac{1}{a-2}}+2=4$，

当且仅当 $a=3$ 时等号成立，即 $a+\frac{1}{a-2}$ 的最小值为 4，

故选：C．

【点评】本题考查基本不等式的性质以及应用，注意不等式的变形，属于基础题．

19．若正数 a，c 满足（$a-1$）（$c-1$）$=1$，则 $4a+c$ 的最小值为（　　）

A．8　　B．9　　C．10　　D．12

【分析】由（$a-1$）（$c-1$）$=1$ 可得 $\frac{1}{c}+\frac{1}{a}=1$，再利用乘"1"法，结合基本不等式求解即可．

【解答】解：∵（$a-1$）（$c-1$）$=1$，∴ $ac-a-c+1=1$，即 $a+c=ac$，

∴ $\frac{1}{c}+\frac{1}{a}=1$，

又 $a>0$，$c>0$，

∴ $4a+c=(4a+c)(\frac{1}{c}+\frac{1}{a})=5+\frac{4a}{c}+\frac{c}{a}\geq 5+2\sqrt{\frac{4a}{c}\cdot\frac{c}{a}}=9$，当且仅当 $\frac{4a}{c}=\frac{c}{a}$，即 $a=\frac{3}{2}$，$c=3$ 时，等号成立，

∴ $4a+c$ 的最小值为 9．

故选：B．

【点评】本题主要考查了利用基本不等式求最值，属于基础题．

20．已知 $a>0$，$b>0$，则 $\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+2a$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$4\sqrt{2}+1$　　D．$2\sqrt{2}+1$

【分析】$\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+2a=\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+a+a$，然后结合基本不等式即可求解．

【解答】解：因为 $a>0$，$b>0$，

则$\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+2a=\frac{4}{b}+\frac{b}{a^2}+a+a\geqslant 4\sqrt[4]{\frac{4}{b}\cdot\frac{b}{a^2}\cdot a\cdot a}=4\sqrt{2}$，

当且仅当 $a=\frac{4}{b}=\frac{b}{a^2}$即 $a=\sqrt{2}$，$b=2\sqrt{2}$时取等号．

故选：B.

【点评】本题主要考查了基本不等式在最值求解中的应用，属于基础题．